

TESELACJA JAKO METODA BADANIA AKTYWNOŚCI RYNKU MIESZKANIOWEGO



Marta Figurska

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
Wydział Geodezji, Inżynierii Przestrzennej
i Budownictwa
Katedra Gospodarki Nieruchomościami
i Rozwoju Regionalnego

Streszczenie

Teselacja jest procesem polegającym na dzieleniu większej płaszczyzny na mniejsze wielokąty (o takim samym lub różnym kształcie), bez ich nachodzenia na siebie lub pozostawiania pustych obszarów. Wykorzystywana jest ona do modelowania przestrzeni lub przeprowadzania analiz w wielu dziedzinach, od biologii począwszy, przez astronomię czy meteorologię, aż po marketing. Celem niniejszego opracowania jest zaprezentowanie stosowanych metod podziału przestrzeni, służących do analiz i wizualizacji wybranych zjawisk obserwowanych na rynku mieszkaniowym.

Słowa kluczowe

teselacja, rynek mieszkaniowy, triangulacja Delaunay'a, diagramy Voronoi'a



dr hab. inż. Mirosław Belej

Uniwersytet Warmińsko-Mazurski w Olsztynie
Wydział Geodezji, Inżynierii Przestrzennej
i Budownictwa
Katedra Gospodarki Nieruchomościami
i Rozwoju Regionalnego

1. Wprowadzenie

Proces racjonalnego gospodarowania, ze względu na mnogość i heterogeniczność podmiotów gospodarujących, które realizują niejednorodne cele społeczne i gospodarcze, wiąże się z występowaniem szeregu konfliktów, których treścią jest walka o dostęp do przestrzeni [Kołodziejcki 1982; Żróbek 1994]. Przestrzeń jest fundamentalnym pojęciem w filozofii i matematyce, a zarazem centralną kategorią nauk przyrodniczych, technicznych oraz społecznych [Wallis 1977; Szul 1991; Wejchert 1993; Domański 1990]. Według niezwykle prostej definicji Shackle'a [1992], przestrzeń jest grupą lub zbiorem pewnych elementów, a relacje zachodzące pomiędzy nimi [Roskal 2008, s. 289] określają „geometrię” danej przestrzeni. Nadanie przestrzeni (w sensie newtonowskiej przestrzeni absolutnej) cech mierzalności tworzy homogeniczną (jednorodną), izotropową i trójwymiarową przestrzeń geodezyjną, stanowiącą bazę dla przestrzeni realnych o charakterze heterogenicznym, które uwzględniają zróżnicowanie środowiska naturalnego oraz środowiska człowieka, tj. przestrzeni geograficznej i przestrzeni ekonomicznej. Konieczność realizacji indywidual-

nych i zbiorowych działań generuje konieczność fragmentaryzacji przestrzeni ekonomicznej (poprzez wyznaczenie granic), która może mieć charakter formalny lub nieformalny.

Podstawowym obszarem, w którym synergia mechanizmów antropogenicznych i czynników naturalnych kreuje procesy intensyfikujące fragmentaryzację przestrzeni, jest strefa miejskiej przestrzeni zurbanizowanej. Strefa przestrzeni miejskiej [Parysek 2008, s 14] jest układem przestrzenno-strukturalnym i wielowarstwową strukturą przestrzenną, skupiającą w nieodległych miejscach ludzi oraz wytwory ich działań. Podstawową funkcją przestrzeni miejskiej jest realizacja potrzeb mieszkaniowych człowieka, przy czym intensywność i kierunek procesów urbanizacyjnych determinowane są lokalnymi warunkami geoprzestrzennymi oraz sytuacją ekonomiczną w skali mikro i makro.

Według Trojanka [2008, s. 13], w gospodarce rynkowej mieszkanie pełni podwójną funkcję – społeczną, jako podstawowy element zaspokajający potrzeby człowieka, oraz ekonomiczną, jako forma inwestycji, lokaty, kapitału. W tym znaczeniu całe społeczeństwo, bezpośrednio lub pośrednio, związane jest z rynkiem mieszkaniowym poprzez podejmowanie różnych działań w zakre-

sie m.in. kupna–sprzedaży czy posiadania lub wynajmu nieruchomości mieszkaniowych. Rynek mieszkaniowy to obszar, w którym popyt mieszkaniowy spotyka się z podażą mieszkań, kształtując cenę oraz umożliwiając zawieranie transakcji. Stanowi on z jednej strony czynnik stymulujący procesy zmian przestrzeni miejskiej, a z drugiej strony indywidualne czy zbiorowe działania użytkowników przestrzeni zmieniają warunki dla funkcjonowania tego rynku (zmiany funkcji planistycznych, budowa infrastruktury liniowej).

W niniejszym artykule zaprezentowano opis teselacji geometrycznej (ze szczególnym wyróżnieniem triangulacji Delaunay'a oraz diagramów Voronoi'a) do badania przestrzennego rozmieszczenia cen nieruchomości mieszkaniowych. Przestrzenna analiza danych

w postaci zbioru punktów jest istotna dla wielu dyscyplin naukowych, a biorąc pod uwagę współczesny postęp w statystyce czy oprogramowaniu opartym na systemach informacji przestrzennej GIS [Barrett 1997, s. 909], wykazuje ona duży potencjał do szerszych zastosowań [Cartwright et al. 2011, s. 1595]. Wraz z nieustannym wzrostem wykorzystania informacji lokalizacyjnych oraz rozwojem technologii ich pozyskiwania, pojawiło się rosnące zapotrzebowanie na kojarzenie danych ogólnych z danymi geoprzestrzennymi dotyczącymi punktów i obszarów, a metody georeferencji i geokodowania stały się o wiele bardziej istotne dla gromadzenia danych geograficznych i pozageograficznych w systemach cyfrowych [Ningsheng et al. 2015, s. 825]. Sprawilo to, iż przestrzenna analiza danych zaczęła coraz bardziej zyskiwać na znaczeniu, nie tylko w dziedzinach bezpośrednio związanych z przetwarzaniem geoinformacji, lecz również z innymi potrzebami społeczeństwa. Według autorów tego opracowania, różne metody teselacji mogą okazać się przydatnym narzędziem do analizy i wizualizacji przestrzennej aktywności rynku mieszkaniowego, co wiąże się z możliwością podejmowania decyzji gospodarczych na ich podstawie.

2. Obszary stosowania różnych metod teselacji

Teselacja rozumiana jest jako metoda polegająca na podziale wybranej powierzchni lub przestrzeni na zbiór zadanych figur F (tworzonych przez zespół wierzchołków V i krawędzi E), które wypełniają ten obszar całkowicie, bez pozostawiania luk lub tworzenia kształtów nachodzących na siebie [Różniatowski i Kosmowski 2007, s. 474; Ren et al. 2013, s. 529]. Przetwarzanie danych wykonywane jest za pomocą integracji punktowej (scalania punktów) [dos Santos i Escobar 2004, s. 354]. Powstałe w ten sposób wielokąty zwane są komórkami, a zestaw punktów, na których bazują – nasionami lub ziarnami [Le Bera et al. 2009, s. 3537].

Teselacja geometryczna jako technika analiz przestrzennych [Cartwright et al. 2011, s. 1595] opiera się głównie na statystyce przestrzennej oraz geometrii obliczeniowej [Le Bera et al. 2009, s. 3537]. Umożliwia ona określanie lokalnych zagęszczeń/skupisk badanego zjawiska w celu uzyskania „ilościowych

miar homogeniczności systemu” [Ren et al. 2013, s. 527–529]. Tego typu konstrukcje stosowane są, ilekroć istotne jest dokonanie podziału przestrzeni na przylegające do siebie obszary w n -wymiarowej przestrzeni euklidesowej [dos Santos i Escobar 2004, s. 357].

Szczególne znaczenie w analizach przestrzeni ma „zdolność teselacji do zachowywania cech obserwowanych i możliwych do oszacowania w rzeczywistości” [Le Bera et al. 2009, s. 3537], zwłaszcza informacji o związkach i układach przestrzennych w jednolitych strukturach danych. Dlatego też otrzymany wynik może odzwierciedlać cechy geograficzne i społeczne związki powiązane z analizowanymi punktami, dzięki czemu spełnia wielokryterialne wymagania dotyczące wyrażania lokalizacji w cyfrowych systemach przestrzennych [Ningsheng et al. 2015, s. 826]. Informacje te uzyskiwane są „z jednej strony na podstawie geometrii uzyskanych komórek (rozmiar, kształt, orientacja), a z drugiej – na podstawie ich przestrzennego rozmieszczenia (wzory zgrupowane lub regularne)” [Le Bera et al. 2009, s. 3537].

Wśród cech wykorzystywanych do opisu i analizy uzyskiwanej siatki wielokątów sugerowane są następujące wielkości [Balázs et al. 2010, s. 278–280; Dattaa et al. 2013, s. 2340]:

- 1) długość boków lub obwód komórki P ;
- 2) powierzchnia komórki A (podana w metrach kwadratowych lub sterdianach);

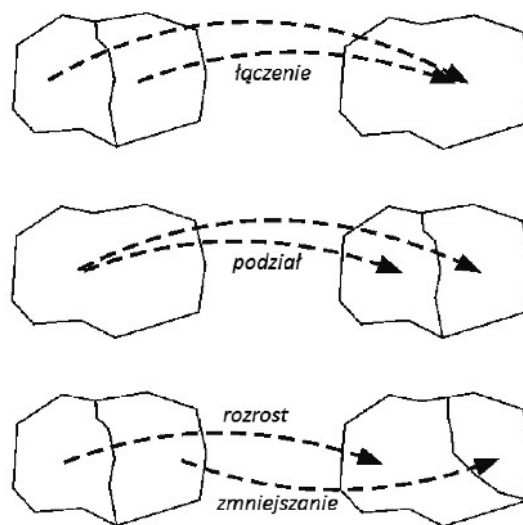
- 3) kompletność, wydłużenie, kierunek głównej osi, wariancja długości boków oraz niewspółśrodkowość (*eccentricity*);
- 4) liczba wierzchołków (krawędzi) komórki N_v ;
- 5) wielkość kątów wewnętrznych komórki α_i ;
- 6) przeciętny współczynnik wygładzenia $RF_{av} = \frac{4\pi A}{P}$;
- 7) współczynnik wygładzenia jednorodności $1 - \sigma(RF_{av})RF_{av}$;
- 8) współczynnik kształtu A/P^2 ;
- 9) współczynnik modalny $\frac{\sigma(\alpha_i)}{N_v}$;
- 10) tzw. „współczynnik AD” definiowany jako $AD = 1 - (1 - \sigma(A)/|A|) - 1$,

gdzie σ oznacza rozproszenie wybranej wielkości, a $|A|$ jest średnią z A .

Teselacja wykazuje dosyć szeroki zakres potencjalnych zastosowań, od meteorologii po marketing [Barrett 1997, s. 904]. Teselacje przestrzenne wykorzystywane są również do analiz dynamicznych (w wielu punktach w czasie). Tak na przykład, w planowaniu przestrzennym dane dotyczące wielkości populacji w poszczególnych częściach miasta w kilku wybranych okresach będą mogły być wykorzystywane w przyszłości do przewidywania rozmieszczenia ludności poprzez analizę zmian granic poszczególnych podregionów, a to umożliwi planistom i urbanistom podejmowanie właściwych decyzji dotyczących lokalizacji placówek użytku publicznego, sieci transportowych itd. [Masuyama 2006, s. 633].

Rysunek 1

Zmiany granic podregionów w czasie



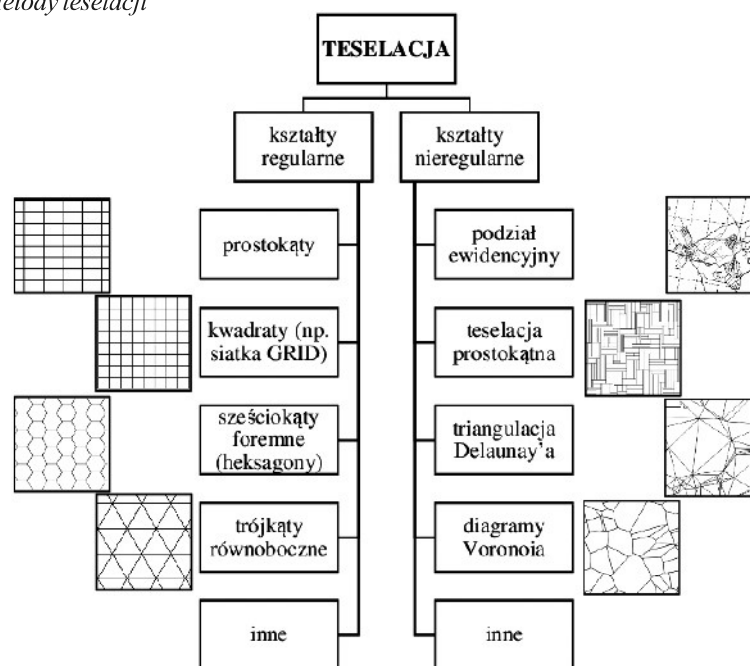
Źródło: [Masuyama 2006, s. 635].

W Tabeli 1 przedstawiono przegląd literatury w zakresie możliwości stosowania teselacji w różnych w obszarach badawczych.

W literaturze tematu znaleźć możemy przykłady różnych rodzajów teselacji, wśród których dokonać można podziału na metody bazujące na kształtach regularnych lub nieregularnych. Podział ten przedstawiony został na Rysunku 2.

Autorzy uważają, że klasyczne, regularne formy fragmentaryzacji przestrzeni (w analizach przestrzennych) nie odzwierciedlają dominujących nieregularności występujących w świecie rzeczywistym. Każda analiza jest pewnym uproszczeniem rzeczywistości, a naturalną potrzebą człowieka jest dążenie do prostoty, wyrażone przez wprowadzanie regularności. W kontekście postrzegania i dzielenia przestrzeni na potrzeby szeregu analiz przestrzennych z reguły stosowane były tradycyjne metody teselacji, np. badania natężenie danego zjawiska w granicach wyznaczonych przez podział administracyjny, tj. województwo, gmina, powiat czy obręb.

Rysunek 2
Metody teselacji



Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Voronoi 1908; Delaunay 1934; Le Bera et al. 2009; Raposo 2010].

Tabela 1

Zastosowanie teselacji w różnych dziedzinach

Obszar	Zastosowanie
biologia, chemia, fizyka	1) modelowanie struktur [Vecchio et al. 2014, s. 171]; 2) rozpoznawanie i rozróżnianie powierzchni [Mori et al. 2011, s. 287]; 3) badanie powiązań i analiza struktury [Barmin et al. 2008, s. 1-2]; 4) analiza przestrzennego rozmieszczenia zjawiska [Różniatowski i Kosmulski 2007, s. 473].
astronomia	1) badanie rozkładu zjawisk [Vavrek et al. 2001, s. 249]; 2) analiza statystyczna i opis zjawisk [Cartwright et al. 2011, s. 1596]; 3) badanie powiązań między poszczególnymi elementami [Melnik 2012, s. 321].
informatyka	1) modelowanie gładkich i złożonych obiektów [Amresh et al. 2012, s. 115]; 2) rozpoznawanie struktur i wzorców [Batista et al. 2013, s. 2145]; 3) bardziej efektywne przetwarzanie danych [Kapoutsis et al. 1999, s. 1644]; 4) geometria obliczeniowa [Dattaa et al. 2013, s. 2340]; 5) generalizacja i upraszczanie map cyfrowych [Raposo 2010, s. 1].
geodezja lub geografia	1) rozpoznawanie wzorców i analizy przestrzenne oraz symulacje [Le Bera et al. 2009, s. 3536-3537]; 2) geokodowanie adresów [Ningsheng et al. 2015, s. 825].
badania rynku nieruchomości i analizy przestrzenno-ekonomiczne	1) określanie zasięgu wpływu obiektów na otoczenie [West et al. 1988, s. 329; Koźniewski i Orłowski 2011, s. 531]; 2) planowanie strategiczne na dużych obszarach [Butler et al. 2014, s. 21]; 3) badanie przestrzennych wzorców rozmieszczenia i dostępności zjawisk [Kisiała i Rudkiewicz 2017, s. 187].
leśnictwo	1) podział analizowanych obszarów na mniejsze jednostki w celu przewidywania zmian badanych zjawisk i konsekwencji podejmowania różnych decyzji [Barrett 1997, s. 903; Mead 1966]; 2) inwentaryzacja [Byers 1992]; 3) szacowanie błędów na mapach [Barrett 1997, s. 904].
geologia i hydrologia	1) analiza punktowych danych przestrzennych [Cartwright et al. 2011, s. 1595]; 2) badanie rozwoju analizowanego zjawiska [Kumar et al. 2015, s. 473].
grawimetria	1) modelowanie i badanie zjawisk [dos Santos i Escobar 2004, s. 354-357]; 2) modelowanie topografii do przetwarzania korekcji terenu [dos Santos i Escobar 2004, s. 357].

Źródło: opracowanie własne.

Również klasycznym stosowanym sposobem był podział badanego obszaru na jednolite powierzchniowo, regularne kształty, tj. kwadraty czy sześciokąty, i uśrednianie badanego zjawiska w obrębie tak skonstruowanych kształtów.

Preferowana przez autorów teselacja nieregularna jako metoda podziału przestrzeni może stanowić dobre narzędzie do badania aktywności rynku mieszkaniowego. Rozkład przestrzenny cen nieruchomości nie ma charakteru regularnego, gdyż z reguły obserwowane są nieregularne nagromadzenia bliskodległych punktów reprezentujących transakcje lub ich niewielkich grup. Dlatego też dobór optymalnych metod teselacji do wybranych zadań ma kluczowe znaczenie również dla analiz rynku mieszkaniowego. Na szczególną uwagę, według autorów tego opracowania, zasługują dwie metody oparte na nieregularnych wielokątach, a mianowicie: diagramy Voronoi'a oraz triangulacja Delaunay'a.

3. Triangulacja (kompleks symplecjalny) Delaunay'a

Opisując metodę diagramów Voronoi'a, należy najpierw wspomnieć o triangulacji Delaunay'a, również bazującej na zasadzie najbliższego sąsiada [Kotulak *et al.* 2017, s. 15], stanowiącej podstawę do wykreślenia komórek Voronoi'a oraz będącej jej geometrycznym uzupełnieniem (zgodnie z zasadą dwoistości).

Matematyczna definicja opisuje triangulację Delaunay'a jako: podział m -wymiarowej przestrzeni euklidesowej na graniczące ze sobą nieregularne trójkąty [dos Santos i Escobar 2010, s. 240] w obszarze domkniętym otoczką wypukłą, składającą się z $m+1$ afinicznie niezależnych punktów [Kraus *et al.* 2013, s. 34]. Dany zbiór n odrębnych punktów, tak że $n > m$, jest dzielony w ten sposób, że każdy okrąg opisany na powstałych trójkątach nie może zawierać wewnątrz innych punktów [dos Santos i Escobar 2004, s. 357]. Środki okręgów opisanych na tych trójkątach są jednocześnie wierzchołkami wielokątów wchodzących w skład diagramu Voronoi'a uzyskanego dla tego samego zestawu punktów (Rysunek 3) [Bishop 2009, s. 458].

Metoda ta jest bardzo przydatna w przypadku generowania podziału na

plaszczyźnie, ponieważ dostarcza optymalnej triangulacji. Jak udowodniono w literaturze [Zhang *et al.* 2010, s. 812], pozwala ona na wyodrębnienie największej ilości topologicznych informacji z analizowanej przestrzeni lub płaszczyzny oraz wykorzystywanie metod numerycznych do przetwarzania jej charakterystyk [de Oliveira i Nogueira 2018, s. 642].

W przeciwieństwie do diagramu Voronoi'a dla danego zestawu punktów, wynik powstały przy użyciu triangulacji Delaunay'a nie jest unikatowy, można bowiem uzyskać dwa lub więcej wariantów siatki dla tego samego zbioru [de Oliveira i Nogueira 2018, s. 642]. Mimo to, obie metody podziału przestrzeni mogą być niezbędne do realizacji zadań takich jak np. modelowanie skorupy ziemskiej, szkieletu konstrukcji czy powierzchni zbiorników wodnych [Gold 2016, s. 12].

4. Diagramy Voronoi'a

Diagramy Voronoi'a (inaczej: teselacja Dirichleta lub wielokąty Thiessena) są podstawową strukturą w geometrii obliczeniowej [Balázs *et al.* 2010, s. 278]. Mimo że nazwane one zostały na cześć rosyjskiego matematyka Georgy'a Fedosevicha Voronoya w XIX w. [dos Santos i Escobar 2004, s. 357], wykorzystywane były już w XVII w. przez Kartezjusza do wizualizacji Układu Słonecznego i rozkładu materii w przestrzeni.

Teselacja Voronoi'a to metoda podziału przestrzeni euklidesowej

[Barrett 1997, s. 904] na nienachodzące na siebie obszary w postaci wielokątów [Ren *et al.* 2013, s. 529]. By móc przejść do dalszego opisu tej metody, wymagane jest zdefiniowanie podstawowych pojęć powiązanych z tą metodą (Tabela 2).

Diagramy Voronoi'a budowane są poprzez przypisywanie każdego z fragmentów przestrzeni (lub powierzchni) do najbliższego z zestawu tzw. punktów generujących [Barrett 1997, s. 904; dos Santos i Escobar 2004, s. 358]. Każdy punkt generujący przypisywany jest do jednego regionu w postaci wielokąta wypukłego (tzw. komórki Voronoi'a), do której ma bliżej niż do jakichkolwiek innych wielokątów diagramu [Ren *et al.* 2013, s. 529]. Innymi słowy, wg Różniatowskiego i Kosmolskiego [2007, s. 474], wewnątrz danej komórki Voronoi'a odległość do punktu generującego danej komórki jest krótsza niż do punktów generujących jakichkolwiek innych komórek.

„Diagramy Voronoi'a określają naturalne sąsiedztwo – dwie komórki Voronoi'a są swoimi naturalnymi sąsiadami, jeśli istnieje między nimi krawędź Voronoi'a. Ta sama zasada odnosi się do triangulacji Delaunay'a – dwa punkty są swoimi naturalnymi sąsiadami, jeśli łączy je krawędź Delaunay'a” [Kotulak *et al.* 2017, s. 15].

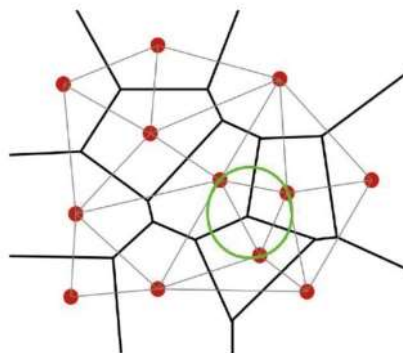
Diagramy Voronoi'a w sposób bardziej czytelny umożliwiają określanie lokalnych zagęszczeń lub skupisk badanego zjawiska [Ren *et al.* 2013, s. 527]. Dają one pewien pogląd o topografii badanego terenu i jego charakterystyce oraz dostarczają informacji o sąsiedztwie wybranych punktów [Dattaa *et al.* 2013, s. 2342].

Inną istotną zaletą teselacji Voronoi'a jest analogia pomiędzy parami „poligon–punkt tworzący” oraz „pole–centroid”, co objawia się w następujący sposób [Le Bera *et al.* 2009, s. 3538]:

- 1) punkty równo od siebie odległe przynoszą rezultaty w postaci regularnej siatki komórek, punkty zagregowane tworzą klastry złożone z niedużych obszarów, a uszeregowane punkty skutkują komórkami o zróżnicowanej strukturze;
- 2) konfiguracja centroidów pól opisuje przestrzenne rozmieszczenie obszarów, np. zagregowany zespół centroidów skutkuje występowaniem klastrów małych pól.

Rysunek 3

Komórki Voronoi'a i trójkąty Delaunay'a



Źródło: <https://i.stack.imgur.com/01H88.png>.

Tabela 2

Podstawowe pojęcia w metodzie diagramów Voronoi'a

Pojęcie	Definicja
punkty generujące (tworzące)	zestaw punktów, na podstawie których budowany jest diagram Voronoi'a
wielokąt (poligon, komórka) Voronoi'a	„najmniejszy wielokąt wypukły, otaczający dany punkt [generujący], którego boki są prostopadłymi dwusiecznymi linii pomiędzy punktem [generującym] a jego sąsiadami”
krawędzie Voronoi'a	linie tworzone przez punkty generujące usytuowane w takiej samej odległości od dwóch punktów generujących lub inaczej: prostopadłe dwusieczne linii pomiędzy dwoma sąsiadującymi ze sobą punktami generującymi
wierzchołek Voronoi'a	punkt generujący równoodległy od trzech najbliższych punktów tworzących, obliczany jako środek okręgu przechodzącego przez te punkty; punkt końcowy krawędzi Voronoi'a
punkty sąsiadujące (w sensie Voronoi'a)	dwa punkty generujące, wokół których utworzone wielokąty Voronoi'a posiadają wspólną krawędź Voronoi'a

Źródło: opracowanie własne na podstawie: [Mori et al. 2011, s. 287; Dattaa et al. 2013, s. 2341].

5. Przykłady zastosowania diagramów Voronoi'a i triangulacji Delaunay'a

W ramach przeprowadzonych badań dokonano podziału przestrzeni dla danych pochodzących z Rejestru Cen i Wartości Powiatu Olsztyńskiego, prowadzonego przez Starostwo Powiatowe w Olsztynie. Przedmiotem analiz były transakcje dotyczące nieruchomości gruntowych niezabudowanych. Horyzont czasowy obejmował lata 2006–2017.

Początkowo, baza danych przyjęta do badań obejmowała łącznie 30 037 transakcji. Następnie dokonano jej korekty pod względem pełności i jednolitości danych, by finalnie uzyskać 18 838 transakcji zakwalifikowanych do dalszych analiz. Ze względu na brak możliwości odszukania niektórych działek na mapie, oprogramowanie GIS przyjęło jedynie część transakcji dotyczących 7 400 działek ewidencyjnych spośród nich. Rozmieszczenie analizowanych nieruchomości na obszarze powiatu przedstawiono na Rysunek 4.

Dla tak przyjętej bazy danych ceny transakcyjne na terenie powiatu olsztyńskiego przedstawiono dla porównania za pomocą następujących metod teselacji:

- 1) podział ewidencyjny – powiaty, gminy (jednostki ewidencyjne), obręby ewidencyjne, działki ewidencyjne;
- 2) triangulacja Delaunay'a;
- 3) diagramy Voronoi'a.

Do dalszych analiz wybrano trzy gminy sąsiadujące z miastem Olsztyn (Rysunek 5):

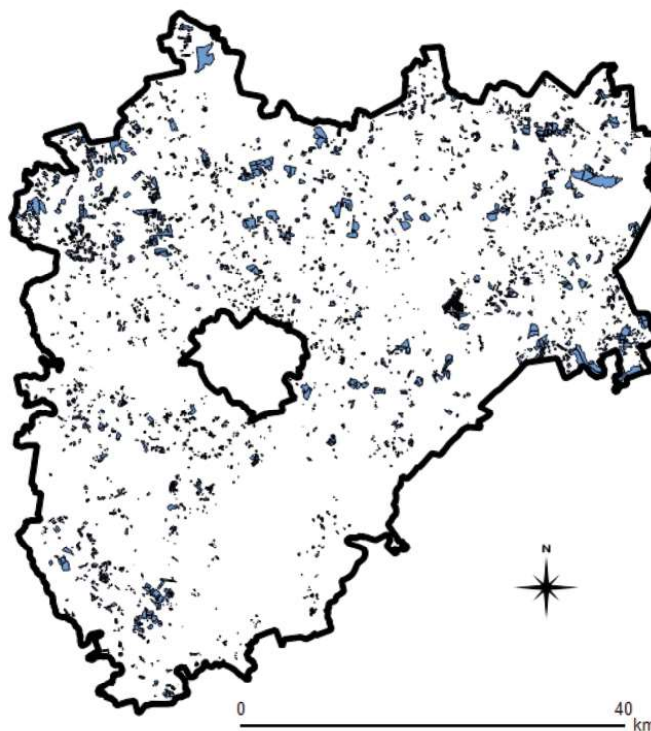
- 1) Giętrzwald – jako gminę o przeciętnej liczbie badanych transakcji i ich regularnym rozmieszczeniu;
- 2) Dywity – jako gminę o dużej liczbie równomiernie rozmieszczonych transakcji;

- 3) Purda – jako gminę o niewielkiej liczbie badanych transakcji i ich nierównomiernym rozmieszczeniu.

Uzyskane wyniki na wybranych fragmentach (Rysunek 6) przedstawia zestawienie na Rysunkach 7–9. Następnie na siatki podziału ewidencyjnego oraz diagramów Voronoi'a naniesiono analizowane wielkości za pomocą metody kartogramu (Rysunki 10–12).

Rysunek 4

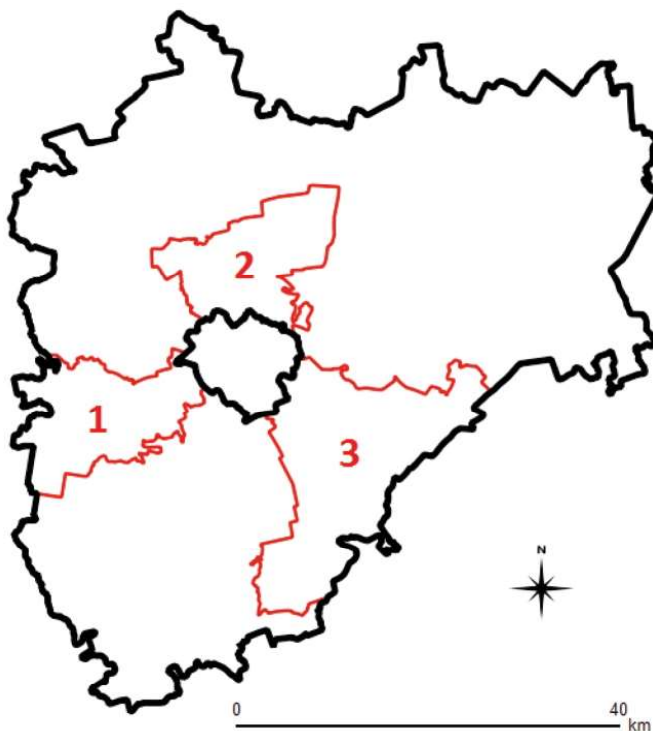
Rozmieszczenie analizowanych nieruchomości na terenie powiatu olsztyńskiego



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 5

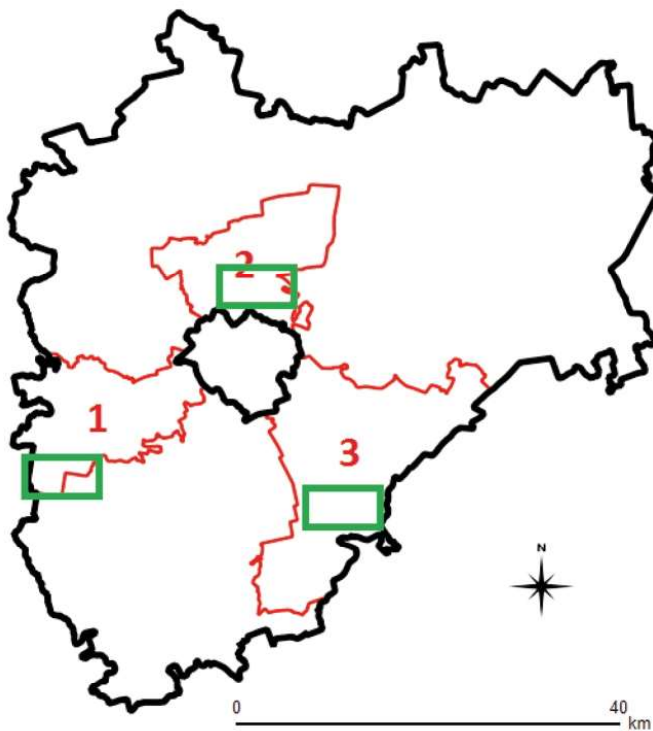
Rozmieszczenie gmin: Gietrzwałd (1), Dywity (2) oraz Purda (3) na terenie powiatu olsztyńskiego



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 6

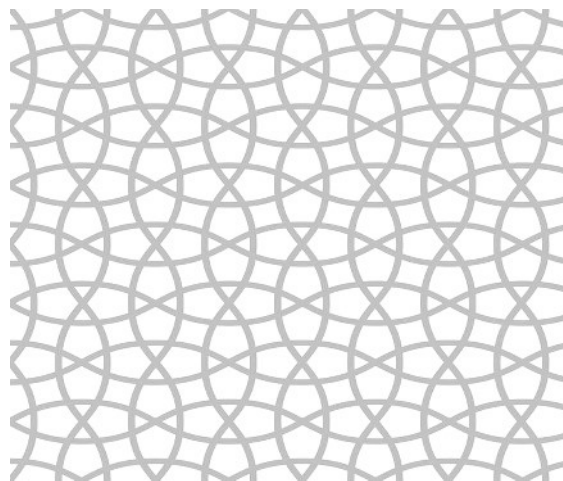
Rozmieszczenie wybranych obszarów na terenie powiatu olsztyńskiego



Źródło: opracowanie własne.

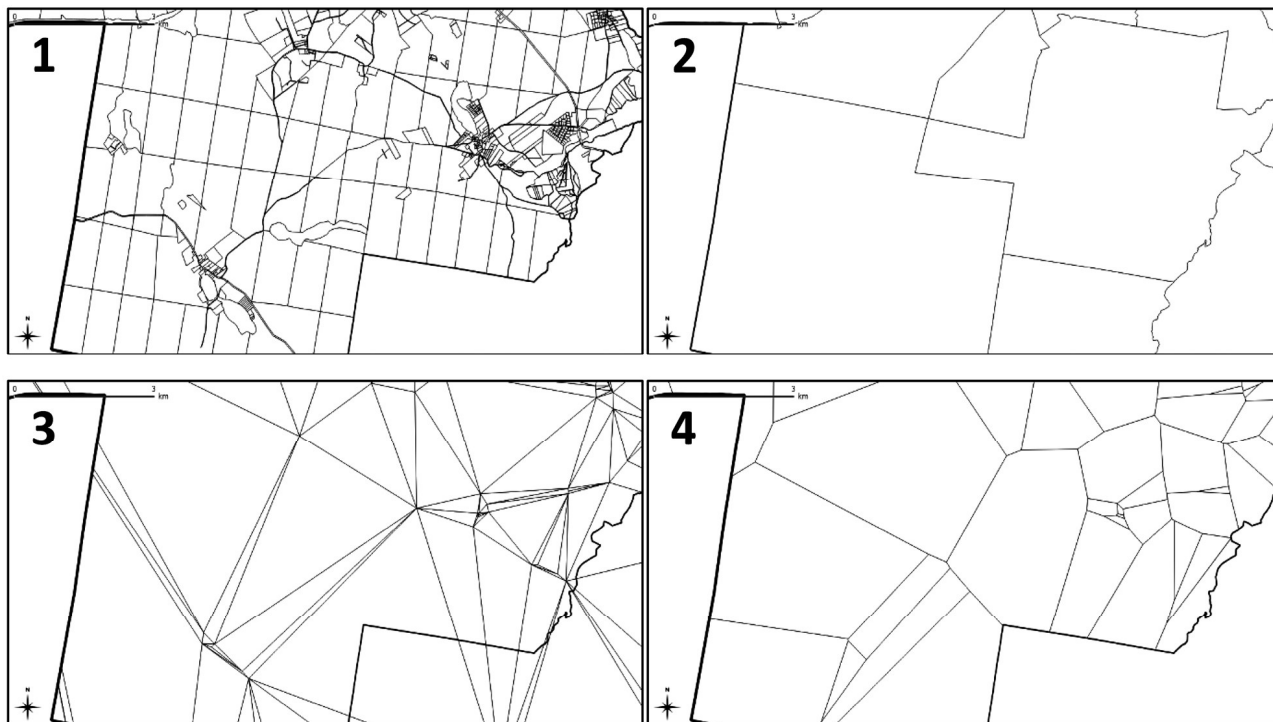
6. Podsumowanie i wnioski

- 1) Wykorzystywanie w analizach przestrzeni podziału ewidencyjnego lub podziału na regularne kształty nie zawsze jest wystarczającym rozwiązaniem, co zauważyć można na podstawie wyników przedstawionych na Rysunkach 7–12. Dlatego też warto brać pod uwagę również inne niż najczęściej stosowane metody podziału przestrzeni, które mogą pozwolić na uchwytowanie bardziej zbliżonej do rzeczywistości charakterystyki rynku i bardziej czytelną wizualizację przedstawianych zjawisk. Ma to istotne znaczenie przy bardzo rozproszonych danych lub niewielkiej ich ilości, zwłaszcza w przypadku terenów nieurbanizowanych (np. w przypadku gminy Purda, patrz: Rysunki 9 i 12).
- 2) Teselacje geometryczne stanowią ciekawy obszar badawczy w aspekcie modelowania i analizy struktury obszarów heterogenicznych (których przykładem niewątpliwie jest rynek nieruchomości), pozwalając na określanie lokalnych skupisk badanych zjawisk (np. transakcji kupna–sprzedaży nieruchomości) oraz otrzymywanie bardziej homogenicznych struktur w ramach badanej przestrzeni.
- 3) Teselacja, jako metoda, wykazuje dosyć szeroki zakres potencjalnych zastosowań, jak np.: analiza struktury zjawisk, ich przestrzennego rozmieszczenia oraz powiązań między poszczególnymi elementami. Dodatkowo, pozwala ona na możliwość badania rozwoju wybranych zjawisk oraz konsekwencji podejmowania związanych z nimi decyzji.



Rysunek 7

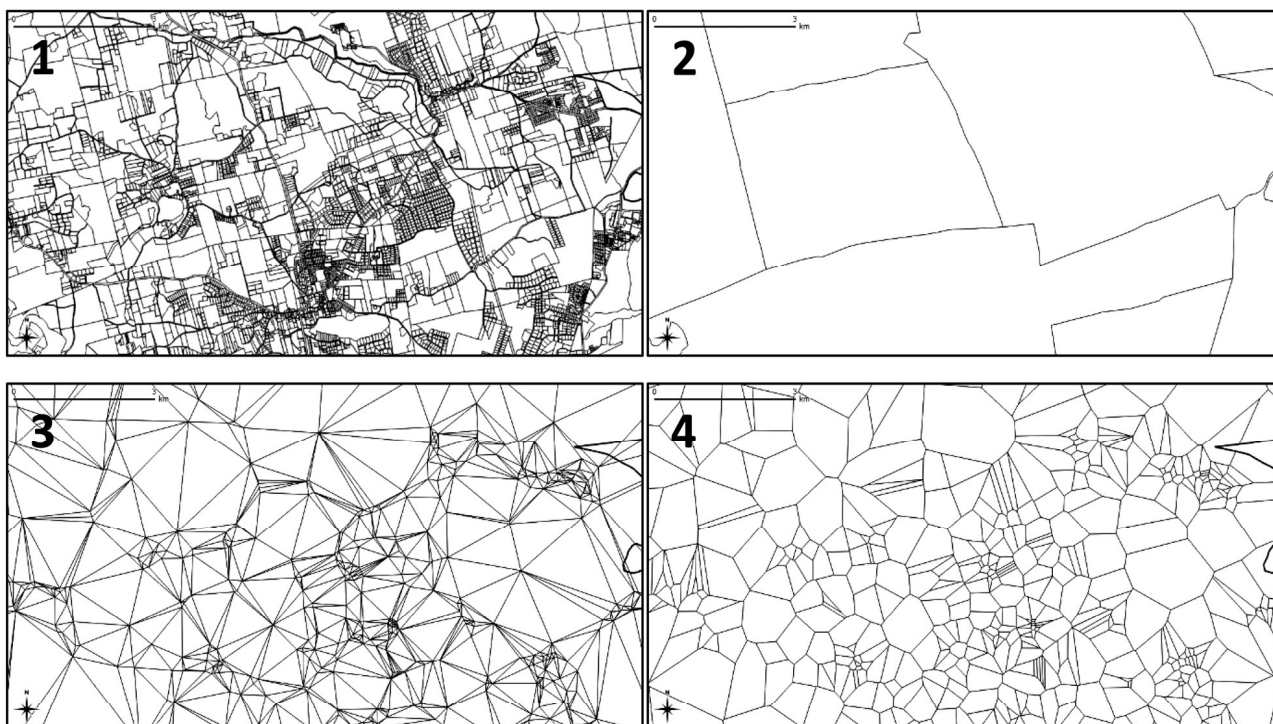
Porównanie teselacji za pomocą: podziału na działki ewidencyjne (1), podziału na obręby ewidencyjne (2), triangulacji Delaunay'a (3) oraz diagramów Voronoi'a (4) dla gminy Gietrzwałd



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 8

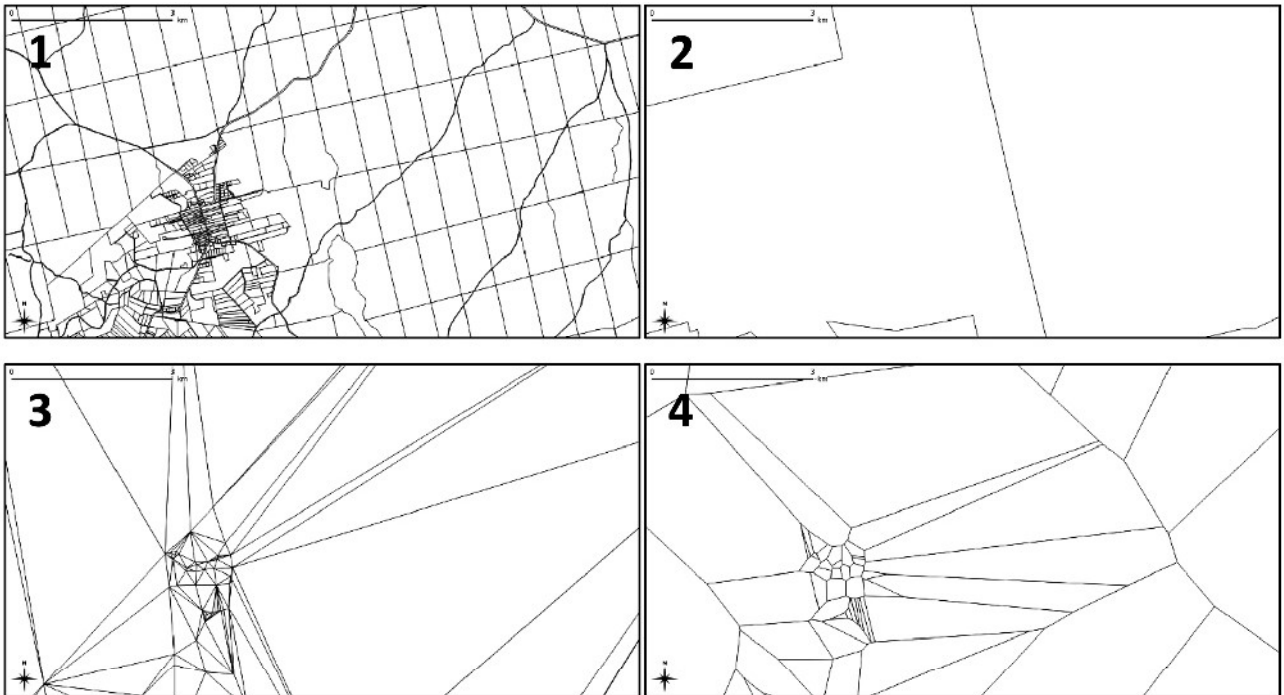
Porównanie teselacji za pomocą: podziału na działki ewidencyjne (1), podziału na obręby ewidencyjne (2), triangulacji Delaunay'a (3) oraz diagramów Voronoi'a (4) dla gminy Dywity



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 9

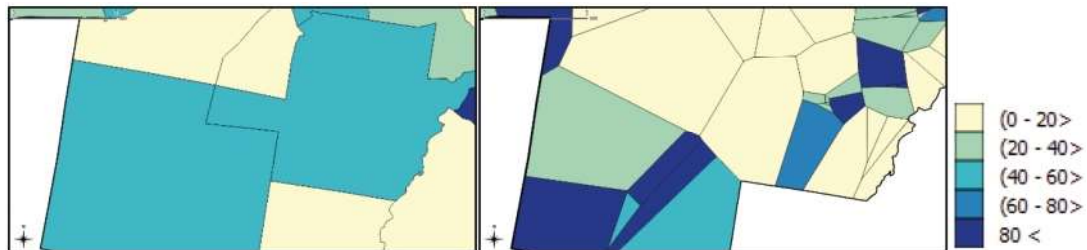
Porównanie teselacji za pomocą: podziału na działki ewidencyjne (1), podziału na obręby ewidencyjne (2), triangulacji Delaunay'a (3) oraz diagramów Voronoi'a (4) dla gminy Purda



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 10

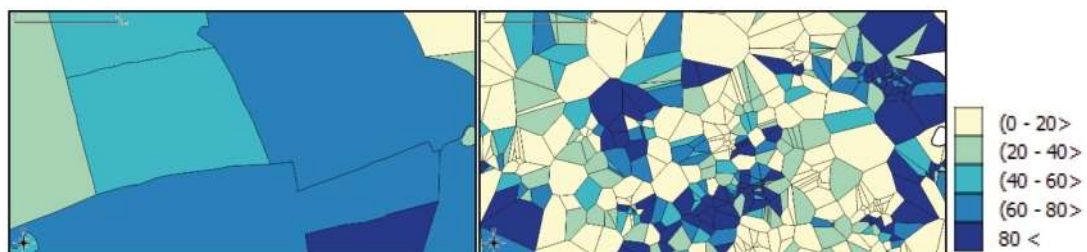
Porównanie cen jednostkowych nieruchomości gruntowych niezabudowanych z wykorzystaniem teselacji za pomocą: podziału na obręby ewidencyjne (lewo) oraz diagramów Voronoi'a (pravo) dla gminy Gietrzwałd



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 11

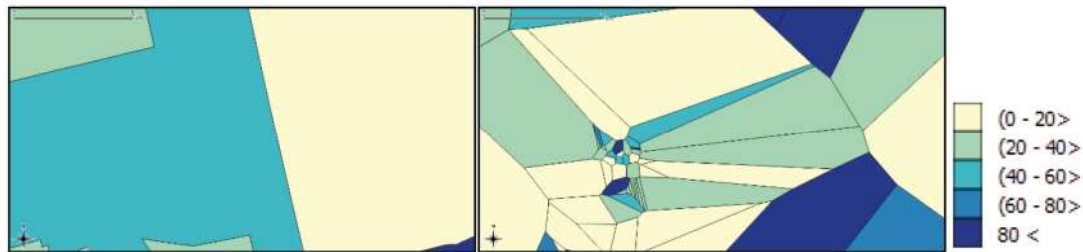
Porównanie cen jednostkowych nieruchomości gruntowych niezabudowanych z wykorzystaniem teselacji za pomocą: podziału na obręby ewidencyjne (strona lewa) oraz diagramów Voronoi'a (strona prawa) dla gminy Dywity



Źródło: opracowanie własne.

Rysunek 12

Porównanie cen jednostkowych nieruchomości gruntowych niezabudowanych z wykorzystaniem teselacji za pomocą: podziału na obręby ewidencyjne (strona lewa) oraz diagramów Voronoi'a (strona prawa) dla gminy Purda



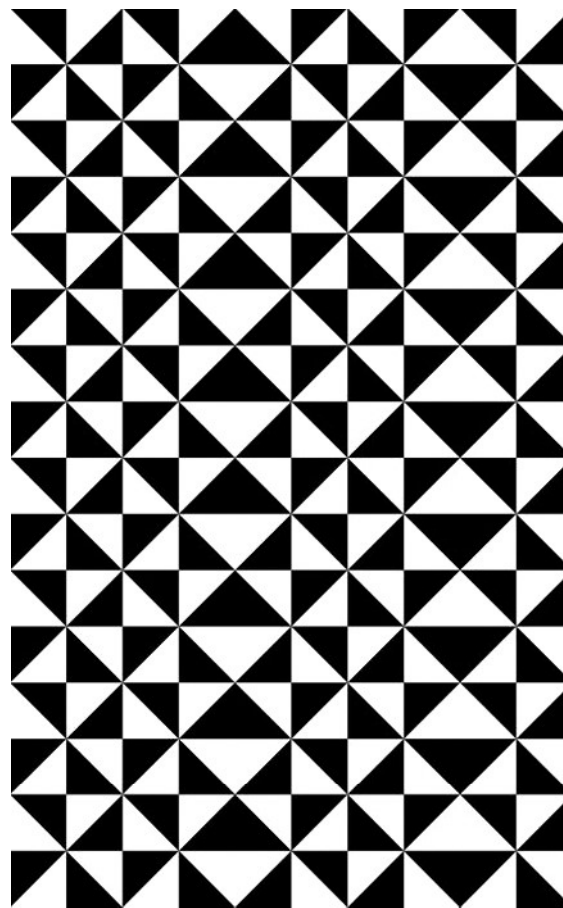
Źródło: opracowanie własne.

Bibliografia

1. Amresh A., Femiani J., Fünfzig C., 2012, *Methods for Approximating Loop Subdivision Using Tessellation Enabled GPUs*, pp. 115–125, in: *Bebis G., Boyle R., Parvin B., Koracin D., Fowlkes C., Wang S., Choi M.H., Mantler S., Schulze J., Acevedo D., Mueller K., Papka M., Advances in Visual Computing, ISVC 2012, PT I, Lecture Notes in Computer Science*, vol. 7431, DOI: 10.1007/978-3-642-33179-4_12.
2. Balázs L.G., Vavrek R., Mészáros A., Horváth I., Bagoly Z., Veres P., Tusnady G., 2010, *Is Sky Distribution of Gamma-Ray Bursts Random?*, *Astrophysical Bulletin*, vol. 65, no. 3, pp. 277–285, DOI: 10.1134/S1990341310030090.
3. Barmin Y.V., Bataronov I.L., Bondarev A.V., Ozherelyev V.V., 2008, *Anelastic relaxation in non-crystalline metals: geometrical aspects*, *13th International Conference on Liquid and Amorphous Metals, Journal of Physics: Conference Series*, vol. 98, pp. 1–3, doi:10.1088/1742-6596/98/4/042024.
4. Barrett T.M., 1997, *Voronoi tessellation methods to delineate harvest units for spatial forest planning*, *Canadian Journal of Forest Research*, vol. 27, pp. 903–910.
5. Batista M.R., Calvo R., Romero R.A.F., 2013, *A Robot online Area Coverage Approach based on the Probabilistic Lloyd Method*, *IEEE International Joint Conference on Neural Networks*, pp. 2145–2152.
6. Bishop J.E., 2009, *Simulating the pervasive fracture of materials and structures using randomly close packed Voronoi tessellations*, *Computational Mechanics*, vol. 44, no. 4, pp. 455–471, DOI 10.1007/s00466-009-0383-6.
7. Butler B.J., Hewes J.H., Liknes G.C., Nelson M.D., 2014, *A comparison of techniques for generating forest ownership spatial products*, *Applied Geography*, vol. 46, pp. 21–34, <http://dx.doi.org/10.1016/j.apgeog.2013.09.020>.
8. Byers J.A., 1992, *Dirichlet tessellation of bark beetle spatial attack points*, *Journal of Animal Ecology*, vol. 61, pp. 759–768.
9. Cartwright A., Moss J., Cartwright J., 2011, *New statistical methods for investigating submarine pockmarks*, *Computers & Geosciences*, vol. 37, pp. 1595–1601, doi:10.1016/j.cageo.2011.02.013.
10. Dattaa A., Duttab S., Pala S.K., Sen R., 2013, *Progressive cutting tool wear detection from machined surface images using Voronoi tessellation method*, *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 213, pp. 2339–2349, <http://dx.doi.org/10.1016/j.jmatprotec.2013.07.008>.
11. de Oliveira S.L.G., Nogueira J.R., 2018, *An evaluation of point-insertion sequences for incremental Delaunay tessellations*, *Computational and Applied Mathematics*, vol. 37, no. 1, pp. 641–674, <https://doi.org/10.1007/s40314-016-0358-0>.
12. Delaunay B., 1934, *Sur la sphere vide, A la m'emoire de Georges Voronoi*, *Bulletin de l'Académie des Sciences de l'URSS. Classe des sciences mathématiques et na (Izvestiya Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Matematicheskii i Estestvennyka Nauk)*, vol. 6, pp. 793–800.
13. Domański R., 1990, *Gospodarka przestrzenna: podstawy teoretyczne*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe PWN, Warszawa.
14. dos Santos N.P., Escobar I.P., 2004, *Discrete evaluation of Stokes's integral by means of Voronoi and Delaunay structures*, *Journal of Geodesy*, vol. 78, pp. 354–367, DOI 10.1007/s00190-004-0402-5.
15. Gold C., 2016, *Tessellations in GIS: Part I—putting it all together*, *Geo-Spatial Information Science*, vol. 19, no. 1, pp. 9–25, <http://dx.doi.org/10.1080/10095020.2016.1146440>.

16. <https://i.stack.imgur.com/01H88.png> [dostęp: 2018.02.26].
17. Kapoutsis C.A., Vavoulidis C.P., Pitas I., 1999, Morphological iterative closest point algorithm, *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 8, no. 11, pp. 1644–1646, DOI 10.1109/83.799892.
18. Kisiąła W., Rudkiewicz M., 2017, Zastosowanie diagramu Woronoja w badaniu przestrzennych wzorców rozmieszczenia i dostępności sklepów dyskontowych, *Przegląd Geograficzny*, nr 89, s. 187–212.
19. Kołodziejcki J., 1982, Geneza, funkcjonowanie oraz ocena sytuacji konfliktowych w gospodarce przestrzennej Polski, *Diagnoza stanu gospodarki przestrzennej Polski. Biuletyn KPZK PAN*, 123, pp. 134–148.
20. Kotulak K., Froń A., Krankowski A., Olivares Pulido G., Hernandez-Pajares M., 2017, Sibsonian and non-Sibsonian natural neighbour interpolation of the total electron content value, *Acta Geophysica*, vol. 65, pp. 13–28, DOI 10.1007/s11600-017-0003-3.
21. Koźniewski E., Orłowski M., 2011, Obszary efektywnego zasięgu betonowni, *Budownictwo i Inżynieria Środowiska (Civil and Environmental Engineering)*, nr. 2, s. 531–540.
22. Kraus M., Rajagopal A., Steinmann P., 2013, Investigations on the polygonal finite element method: Constrained adaptive Delaunay tessellation and conformal interpolants, *Computers and Structures*, vol. 120, pp. 33–46, <http://dx.doi.org/10.1016/j.compstruc.2013.01.017>.
23. Kumar K., Soga K., Delenne J.Y., 2015, Underwater granular flows down inclined planes, pp. 473–478, in: Soga K., Kumar K., Biscontin G., Kuo M., 2015, *Geomechanics from Micro to Macro*, vols I and II.
24. Le Bera F., Lavigne C., Adamczyk K., Angevin F., Colbache N., Mari J.-F., Monod H., 2009, Neutral modelling of agricultural landscapes by tessellation methods – Application for gene flow simulation, *Ecological Modelling*, vol. 220, pp. 3536–3545, DOI 10.1016/j.ecolmodel.2009.06.019.
25. Masuyama A., 2006, Methods for detecting apparent differences between spatial tessellations at different time points, *International Journal of Geographical Information Science*, vol. 20, no. 6, pp. 633–648, DOI: 10.1080/13658810600661300. Mead R., 1966, A relationship between individual plant-spacing and yield. *Annals of Botany New Series* 30(18), 301–309.
26. Melnyk O.V., Dobrycheva D.V., Vavilova I.B., 2012, Morphology and Color Indices of Galaxies in Pairs: Criteria for the Classification of Galaxies, *Astrophysics*, vol. 55, no. 3, pp. 321–335, DOI: 0571-7256/12/5503-0293.
27. Mori T., Ogushi F., Sugita Y., 2011, Analysis of Lipid Surface Area in Protein-Membrane Systems Combining Voronoi Tessellation and Monte Carlo Integration Methods, *Journal of Computational Chemistry*, pp. 286–293, DOI: 10.1002/jcc.21973.
28. Ningsheng T., Chongjun Y., LiuZhong Y., Yuan L., 2015, An address regional tessellation method for spatial subdivision and geocoding in digital earth system, *International Journal of Digital Earth*, vol. 8, no. 10, pp. 825–839, DOI: 10.1080/17538947.2014.915995.
29. Parysek J.J., 2008, Urbanizacja i niektóre współczesne idee, koncepcje i modele planowania rozwoju miast, *Współczesne kierunki i wymiary procesów urbanizacji*, Uniwersytet Opolski, s. 11–26.
30. Raposo P., 2010, Piece by Piece: A Method of Cartographic Line Generalization Using Regular Hexagonal Tessellation, *Geospatial Data and Geovisualization: Environment, Security, and Society*, *International Archives of the Photogrammetry Remote Sensing and Spatial Information Sciences*, vol. 38, part 4, A special joint symposium of ISPRS Technical Commission IV & AutoCarto in conjunction with ASPRS/CaGIS 2010 Fall Specialty Conference, November 15–19, 2010 Orlando, Florida, pp. 1–7.
31. Ren J., Dijksman J., Behringer R.P., 2013, Homogeneity and packing structure of a 2D sheared granular system, *AIP Conference Proceedings*, vol. 1542, no. 527, pp. 527–530, DOI 10.1063/1.4811984.
32. Roskal Z.E., 2008, Koncepcje przestrzeni w nauce i filozofii przyrody, *Roczniki Filozoficzne*, vol. 56 no. 1, pp. 279–294.
33. Różniatowski K., Kosmulski M., 2007, Advanced Analysis of SEM Images of Carbon-Ceramic Composites, *Adsorption Science & Technology*, vol. 25, no. 7, pp. 473–478.
34. Shackle G., 1992, *Epiatemics and Economics: A Critique of Economic Doctrines*. (1st ed. 1972), Cambridge University Press, Cambridge.
35. Szul R., 1991, *Przestrzeń, Gospodarka, Państwo*, Vol. 26, Uniwersytet Warszawski, Europejski Instytut Rozwoju Lokalnego i regionalnego, Wydawnictwo Programu CPBP, ISBN 83-85118-06-3.

36. Trojanek R., 2008, *Wahania cen na rynku mieszkaniowy*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Poznaniu, Poznań.
37. Vavrek R., Balázs L.G., Mészáros A., Horváth I., Bagoly Z., 2001, *Multiscale Statistical Methods and the Angular Distribution of Gamma-Ray Bursts*, *ESO Symposia: Gamma-Ray Bursts in Afterglow*, pp. 249–251, Springer-Verlag Berlin Heidelberg.
38. Vecchio I., Redenbach C., Schladitz K., 2014, *Angles in Laguerre tessellation models for solid foams*, *Computational Materials Science*, vol. 83, pp. 171–184, <http://dx.doi.org/10.1016/j.commatsci.2013.11.017>.
39. Voronoi G., 1908, *Nouvelles applications des paramètres continus a la théorie des formes quadratiques. Deuxième mémoire. Recherches sur les paralléloédres primitifs*, *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, vol. 134, pp. 198–287.
40. Wallis A., 1977, *Miasto i przestrzeń*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa.
41. Wejchert K., 1993, *Przestrzeń wokół nas*, Wydawnictwo Fibak Noma Press.
42. West D.S., Ryan D.L., von Hohenbalken B., 1988, *New competition in shopping-center hierarchies: An empirical comparison of alternative specifications*, *Journal of Regional Science*, vol. 28, no. 3, pp. 329–344.
43. Zhang Y., Springel V., Yang X., 2010, *Genus statistics using the Delaunay tessellation field estimation method. I. Tests with the millennium simulation and the SDSS DR7*, *The Astrophysical Journal*, vol. 722, no. 1, pp. 812–824, [doi:10.1088/0004-637X/722/1/812](https://doi.org/10.1088/0004-637X/722/1/812).
44. Żróbek S., 1994, *Metodyka wyboru funkcji użytkowania terenów obrzeżnych miast*, *Acta Academiae Agriculturae Ac Technicae Olstenensis*, Zeszyt 24.



TESSELLATION AS A METHOD OF STUDYING THE ACTIVITY OF A RESIDENTIAL REAL ESTATE MARKET

Summary

Tessellation is a process of dividing a bigger area into smaller polygons (of the same or a different shape), without gaps or overlaps. It is used to model the space or conduct analyses in various fields, beginning with biology, through astronomy or meteorology, to marketing. The purpose of this article is to present the methods of space division used to analyse and visualise the dynamics of selected phenomena observed on the residential real estate market.

Key words

tessellation, residential real estate market, Delaunay's triangulation, Voronoi tessellation

JEL classification

C21, C31, R30, R31